Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică
algebră
geometrie

clasa a VIII-a

partea a II-a

ediția a XIV-a

mate 2000 – consolidare

Algebră

Capitolul I
Calcul algebric în $\mathbb{R}$

PP **Competenţe specifice**

- C1. Identificarea componentelor unei expresii algebrice
- C2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere
- C3. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat şi a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuaţiilor şi a inecuaţiilor
- C4. Exprimarea matematică a unor situaţii concrete prin calcul algebric
- C5. Interpretarea unei situaţii date utilizând calcul algebric
- C6. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea ecuaţiilor sau a formulelor de calcul prescurtat

PE-PP 1. Operaţii cu rapoarte algebrice de numere reale reprezentate prin litere

PE-PP 1.1. ADUNAREA ŞI SCĂDEREA

Suma (**diferența**) a două **rapoarte** algebrice este tot un **raport** algebric. Operația de adunare (scădere) a două rapoarte algebrice se poate face în două situații:

a) dacă ambele rapoarte au **același numitor**, suma lor este un raport algebric care are ca numitor numitorul comun al celor două rapoarte și ca numărător suma (diferența) numărătorilor celor două rapoarte;

b) dacă cele două rapoarte au **numitori diferiți**, se amplifică, aducându-se la același numitor și se adună (se scad) conform regulii de mai sus.

Observaţie:

Operația de adunare (scădere) a rapoartelor algebrice are aceleași proprietăți ca operația de adunare (scădere) a fracțiilor ordinare.

Exemple:

a) $\dfrac{5x-3}{4}+\dfrac{x}{4}+\dfrac{x^2+12}{4}=\dfrac{5x-3+x+x^2+12}{4}=\dfrac{x^2+6x+9}{4}=\dfrac{(x+3)^2}{4}$;

b) $\dfrac{2x+7}{3x}+\dfrac{x-3}{2x^2}+\dfrac{4x+5}{6}=\dfrac{2x(2x+7)}{6x^2}+\dfrac{3(x-3)}{6x^2}+\dfrac{x^2(4x+5)}{6x^2}=\dfrac{4x^3+9x^2+17x-9}{6x^2}$, $x\in\mathbb{R}^*$.

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Efectuați:

a) $\dfrac{x}{5}+\dfrac{2}{5}$; b) $\dfrac{3x+2}{7}+\dfrac{4x+5}{7}$; c) $\dfrac{2-3x}{11}+\dfrac{9-8x}{11}$;

d) $\dfrac{4x+6}{3}+\dfrac{x+3}{3}$; e) $\dfrac{x-3}{2}+\dfrac{3x+4}{2}+\dfrac{4x+7}{2}$; f) $\dfrac{x+5}{3}+\dfrac{2-7x}{2}+\dfrac{2x-4}{5}$.

2. Efectuați calculele:

a) $\dfrac{7x-6}{x-2}+\dfrac{2-5x}{x-2}$; b) $\dfrac{17x+9}{x+1}+\dfrac{8}{x+1}$;

c) $\dfrac{x}{x-3}+\dfrac{5}{x-3}+\dfrac{2x-14}{x-3}$; d) $\dfrac{6x}{3x-2}+\dfrac{5-3x}{3x-2}-\dfrac{7}{3x-2}$.

3. Efectuați calculele:

a) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{x+2}{3x}-\dfrac{5x^2+4}{6x^2}$; b) $\dfrac{2x}{x^2+x}+\dfrac{2}{x^2+x}$; c) $\dfrac{2x+3}{x^2-1}+\dfrac{3x+2}{x^2-1}$;

d) $\dfrac{x(x-1)}{x^2-4}+\dfrac{x-4}{x^2-4}$; e) $\dfrac{x^2}{x^2-2x}+\dfrac{2-3x}{x^2-2x}$; f) $\dfrac{x^2+3}{x^2+2x-3}+\dfrac{4x}{x^2+2x-3}$;

g) $\dfrac{x(x-3)}{x^2-16}+\dfrac{2x-5}{x^2-16}-\dfrac{11-x}{x^2-16}$.

PE Aplicare și exersare **

4. Efectuați:

a) $\dfrac{2x}{x-1}-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{4}{x^2-1}$; b) $\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{16}{x^2-4}$;

c) $\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x+3}{x+2}+\dfrac{2}{x^2-4}$; d) $\dfrac{4}{x+2}-\dfrac{x+10}{x^2-4}+\dfrac{3}{x-2}$;

e) $\dfrac{1-3x}{x^2-x}+\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{5}{3x}$; f) $\dfrac{3x+1}{2x^2-6x}-\dfrac{x+2}{3x-9}+\dfrac{2x-1}{6x}$.

5. Calculați:

a) $\dfrac{x-2}{x+1}+\dfrac{x+4}{x^2+3x+2}-\dfrac{x-1}{x+2}$; b) $\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{4}{x^2-1}+\dfrac{1-x}{x+1}$;

c) $\dfrac{2x+1}{x-2}+\dfrac{1-2x}{x+2}+\dfrac{x^2+16}{x^2-4}$; d) $\dfrac{x-2}{x+1}+\dfrac{x+3}{x+2}+\dfrac{5-x^2}{x^2+3x+2}$.

6. Calculați:

a) $\dfrac{x+2}{x-3}-\dfrac{x-1}{x+3}+\dfrac{24}{x^2-9}$; b) $\dfrac{x+1}{x-4}+\dfrac{16-6x}{x^2-16}-\dfrac{x-1}{x+4}$;

c) $\dfrac{x+2}{x-3}-\dfrac{x-3}{x-4}+\dfrac{5}{x^2-7x+12}$; d) $\dfrac{x-5}{x-2}-\dfrac{x+1}{x-4}-\dfrac{6}{x^2-6x+8}$.

PE Aprofundare și performanță ***

7. Efectuați calculele:

a) $\dfrac{x^2+4}{x^2-4}-\left[\dfrac{5}{x-2}-\left(\dfrac{x+1}{x-2}-\dfrac{x}{x+2}\right)\right]$;

b) $\dfrac{4x+5}{x^2-1}-\left[\dfrac{2}{x-1}-\left(\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{x^2}{1-x^2}\right)\right]$;

c) $\dfrac{x^2-27}{x^2-9}-\left[\dfrac{5}{x+3}-\left(\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{x+1}{x+3}\right)\right]$;

d) $\dfrac{x}{x^2-25}-\left[\dfrac{3}{x-5}-\left(\dfrac{x+1}{x-5}-\dfrac{3}{x+5}+\dfrac{x^2}{25-x^2}\right)\right]$.

8. Fie expresia $E(x)=\dfrac{3}{4x^2-9}-\dfrac{x+1}{2x+3}-\dfrac{x}{2x-3}$.

a) Determinați $x\in\mathbb{R}$ pentru care $E(x)$ nu este definită.

b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

c) Aflați $n\in\mathbb{N}$ pentru care $E(n)\in\mathbb{N}$.

9. Se consideră expresia $F(x)=\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2x+2}{x^2-1}$.

a) Determinați $x\in\mathbb{R}$ pentru care $F(x)$ nu este definită.

b) Arătați că $G(x)=(x+1)\cdot F(x)$ este număr natural.

c) Calculați suma: $F(2)\cdot F(3)+F(3)\cdot F(4)+\ldots+F(2020)\cdot F(2021)$.

PE-PP Supermate ****

10. Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{12}{x^2-9}+\dfrac{x}{x-3}\right)-\left[\dfrac{x+1}{x+3}+\left(\dfrac{x+2}{x-3}-\dfrac{x}{x+3}\right)\right]$.

a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care expresia este definită.

b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

c) Determinați valorile lui $n\in\mathbb{Z}$ pentru care $E(n)\in\mathbb{Z}$.

11. Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{x}{x+4}+\dfrac{24}{x^2-16}\right)-\left[\dfrac{x+3}{x+4}-\left(\dfrac{x-1}{x-4}-\dfrac{x-2}{x+4}\right)\right]$.

a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care expresia este definită.

b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

c) Determinați $n\in\mathbb{Z}$ pentru care $E(n)\in\mathbb{Z}$.

PE-PP 1.2. ÎNMULŢIREA. ÎMPĂRŢIREA. RIDICAREA LA PUTERE

Produsul a două rapoarte algebrice, **câtul** a două rapoarte algebrice, **puterea a *n*-a** a unui raport algebric, $n \in \mathbb{Z}$, sunt tot rapoarte algebrice.

Produsul a două rapoarte algebrice este raportul algebric care are ca numărător produsul numărătorilor rapoartelor date, iar ca numitor produsul numitorilor rapoartelor date.

Exemple: a) $\frac{4x^2}{3y} \cdot \frac{9y^2}{8x^3} = \frac{3y}{2x}$, $x, y \in \mathbb{R}^*$; b) $\frac{3x}{5x+5} \cdot \frac{10x+10}{18x^2} = \frac{1}{3x}$, $x \in \mathbb{R}^* \setminus \{-1\}$.

Inversul unui raport algebric este raportul algebric care are ca numărător numitorul raportului dat, iar ca numitor numărătorul raportului dat.

Exemple: a) $\left(\frac{x^2+2}{x^2+1}\right)^{-1} = \frac{x^2+1}{x^2+2}$, $x \in \mathbb{R}$; b) $\left(\frac{3xz}{19ab}\right)^{-1} = \frac{19ab}{3xz}$, $x, z, a, b \in \mathbb{R}^*$.

Câtul a două rapoarte algebrice este raportul algebric obținut prin înmulțirea primului raport, numit deîmpărțit, cu inversul celui de-al doilea raport, numit împărțitor.

Exemple: a) $\frac{4x^2+8}{9x} : \frac{2x^2+4}{27x^2} = 6x$, $x \in \mathbb{R}^*$; b) $\frac{10x^2}{7y^6} : \left(-\frac{15x^3}{14y^4}\right) = -\frac{4}{3y^2x}$, $x, y \in \mathbb{R}^*$.

Puterea a *n*-a a unui raport algebric este raportul care are ca numărător puterea a *n*-a a numărătorului raportului dat, iar ca numitor puterea a *n*-a a numitorului raportului dat.

Exemple: a) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^2 = \frac{4x^2}{9y^2}$, $y \in \mathbb{R}^*$; b) $\left(\frac{x+1}{y^2+1}\right)^2 = \frac{(x+1)^2}{(y^2+1)^2}$, $y \in \mathbb{R}$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Calculați, stabilind de fiecare dată domeniul de existență al rapoartelor:

a) $\frac{2x}{7x+7} \cdot \frac{14x+14}{4x^2}$; b) $\frac{2x+6}{5x^2} \cdot \frac{10x}{4x+12}$; c) $\frac{3x+6}{7x^2} \cdot \frac{14x^2+28x}{x^2+4x+4}$;

d) $\frac{x^2-2x}{5x^2} \cdot \frac{5x+10}{x^2-4}$; e) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{3x^2-3x}{x^2+x}$; f) $\frac{3x+9}{x^2+2x} \cdot \left(-\frac{3x+6}{2x+6}\right)$.

2. Efectuați calculele, stabilind de fiecare dată domeniul de existență al rapoartelor algebrice:

a) $\frac{x^2-9}{x^2+5x+6} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-6x+9}$; b) $\frac{4x+8}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x^2-4}{4x-8}$;

c) $\frac{x^2+4x}{x^2-16} \cdot \frac{3x-12}{5x+25}$; d) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-3x+2}{4x+4}$;

e) $\frac{7x+35}{x^2-25} \cdot \frac{x^2-7x+10}{x^2-4x+4}$; f) $\frac{x^2-4}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4x+4}$.

PE Aplicare și exersare **

3. Calculați, stabilind valorile reale ale lui x pentru care rapoartele sunt definite:

a) $\dfrac{3x^2-12x}{x^2-8x+16}:\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-7x+12}$;

b) $\dfrac{x^2+5x}{x^2-4x+4}:\dfrac{x^2+7x+10}{x^2-4}$;

c) $\dfrac{3x^2+6x}{x^2+5x+6}:\dfrac{4x-12}{x^2-9}$;

d) $\dfrac{6x-18}{x^2-6x+9}:\dfrac{x^2-25}{x^2-8x+15}$;

e) $\dfrac{x^2-9x+20}{x^2-25}:\dfrac{x^2+6x+9}{x^2+8x+15}$;

f) $\dfrac{x^2-9}{x^2-7x+12}:\dfrac{x^2+8x+16}{x^2-16}$.

4. Efectuați calculele:

a) $\dfrac{x^2-8x+16}{5x-15}:\dfrac{x^2-2x-8}{x^2-x-6}$;

b) $\dfrac{x^2+6x+9}{x^2+7x+12}:\dfrac{x^2-10x+24}{x^2-16}$;

c) $\dfrac{x^2+7x+12}{x^2-25}:\dfrac{x^2+6x+9}{x^2+8x+15}$;

d) $\dfrac{x^2+12x+32}{x^2+16x+64}:\dfrac{x^2+11x+28}{x^2-64}$;

e) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-9}:\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-x-12}$;

f) $\dfrac{x^2-25}{x^2+9x+20}:\dfrac{x^2-8x+15}{x^2+7x+12}$.

5. Calculați, stabilind de fiecare dată domeniul de existență al fiecărui raport:

a) $\left(\dfrac{2x}{3x+1}\right)^3\cdot\dfrac{3x+1}{2x}:\left(\dfrac{4x^2}{3x+1}\right)^2$;

b) $\left[\dfrac{(2x-3)^3}{(x+2)^2}\right]^2\cdot\left(\dfrac{x+2}{2x-3}\right)^7:\left[\dfrac{(x+2)^2}{2x-3}\right]^2$;

c) $\left[\dfrac{(x-1)^2}{(3x-2)^3}\right]^3:\left[\dfrac{x-1}{(3x-2)^2}\right]^4\cdot\dfrac{1}{(x-1)^2}$;

d) $\left[\left(\dfrac{2x-3}{2x}\right)^2\right]^3:\left(\dfrac{2x-3}{2x}\right)^5\cdot\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^2$;

e) $\left(\dfrac{3x-1}{2x}\right)^5:\left[\dfrac{(3x-1)^2}{4x^2}\right]^2:\dfrac{3x^2-x}{5x^2}$;

f) $\dfrac{3x^2-2x}{4x^2}\cdot\left[\left(\dfrac{2x-5}{3x-2}\right)^2\right]^3:\left(\dfrac{2x-5}{3x-2}\right)^5$.

PE Aprofundare și performanță ***

6. Efectuați calculele:

a) $\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{x^2-9}{x^2+7x+12}\cdot\dfrac{3x^2+12x}{x^2-6x+9}$;

b) $\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+3x-10}:\dfrac{x^2+7x+12}{x^2-9x+14}\cdot\dfrac{x+5}{x-7}$;

c) $\dfrac{x(x+5)+6}{x^2+3x+2}:\dfrac{x(x+8)+15}{x^2+6x+5}$;

d) $\dfrac{x^2+8x+12}{x^2+4x+4}:\dfrac{x^2+3x-18}{x^2-4}$;

e) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+7x+12}\cdot\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}:\dfrac{x^2-1}{x^2+4x}$;

f) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-2x-24}:\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-30}\cdot\dfrac{x^2+7x+12}{x^2-6x+9}$.

7. Calculați:

a) $\dfrac{x^2-6x+9}{4x^2-25}\cdot\dfrac{2x+5}{4x-12}:\dfrac{7x-21}{4x^2-20x+25}$;

b) $\dfrac{x^2-9}{x^2+7x+12}\cdot\dfrac{x^2+8x+16}{x^2-5x+6}:\dfrac{5x+20}{4x-8}$;

c) $\dfrac{x^2+4x}{x^2-6x+9}:\dfrac{x^2+9x+20}{x^2-7x+12}\cdot\dfrac{2x+10}{3x-12}$;

d) $\dfrac{2x^2+5x+3}{3x^2+7x+4}\cdot\dfrac{3x^2+10x+8}{2x^2+9x+9}$.

8. Calculați:

a) $\dfrac{x^2+3x-18}{x^2+2x-8}\cdot\dfrac{x^2-6x+8}{x^2+9x+18}:\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2+6x}$;

b) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-2x-15}:\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-6x+5}\cdot\dfrac{4x+12}{6x^2-18x}$;

c) $\dfrac{x+1}{x+2}\cdot\dfrac{x+3}{x+4}:\dfrac{x^2+6x+5}{x^2+6x+8}:\dfrac{x+3}{x+5}$.

PE-PP **Supermate ******

9. Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}\right):\dfrac{2x+6}{x^2+5x+6}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2,2\}$.

a) Arătați că $E(x)=\dfrac{x+4}{x-2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2,2\}$.

b) Determinați valorile întregi ale lui n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

10. Fie expresia $E(x)=10-\dfrac{x}{x-5}\cdot\left(\dfrac{1}{x-5}-\dfrac{x+1}{x^2+5x}\right):\dfrac{1}{(x-5)^2}$.

a) Aflați valorile reale ale lui x pentru care expresia este definită.

b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

c) Determinați $n\in\mathbb{N}$ pentru care $E(n)\in\mathbb{N}$.

d) Arătați că, dacă $x\in[0;+\infty)$, atunci $E(x)\in(1;9]$.

11. Fie expresia $E(x)=\left(\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{x}{x-3}-1\right)\cdot\dfrac{x+3}{12x+18}$.

a) Pentru ce valori reale ale lui x nu are sens expresia?

b) Arătați că, oricare ar fi $x\in\mathbb{Z}$, $E(x)\notin\mathbb{Z}$.

c) Scrieți ca interval mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}\ \middle|\ |(x-3)^2\cdot E(x)|\le\dfrac{1}{3}\right\}$.

PE-PP 1.3. ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR ȘI FOLOSIREA PARANTEZELOR

Cu **rapoartele algebrice** se efectuează următoarele **tipuri de operații**:
- de ordinul I (**adunarea** și **scăderea**);
- de ordinul al II-lea (**înmulțirea** și **împărțirea**);
- de ordinul al III-lea (**ridicarea la putere**).

Calculul cu rapoarte algebrice se face respectând următoarele reguli:
- când avem operații de **același ordin**, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise;
- când avem operații de **ordine diferite**, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul al III-lea, apoi cele de ordinul al II-lea și, în final, cele de ordinul I;
- când avem exerciții în care apar **paranteze**, se efectuează mai întâi operațiile dintre parantezele rotunde, apoi operațiile dintre cele pătrate și, în final, cele dintre acolade.

Capitolul II
Funcţii

PP Competenţe specifice

C1. Identificarea unor dependenţe funcţionale în diferite situaţii date

C2. Descrierea unor dependenţe funcţionale într-o situaţie dată, folosind diagrame, tabele sau formule

C3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcţii cu scopul caracterizării acestora

C4. Utilizarea unui limbaj specific pentru formularea unor opinii referitoare la diferite dependenţe funcţionale

C5. Analizarea unor funcţii în context intra şi interdisciplinar

C6. Modelarea cu ajutorul funcţiilor a unor fenomene din viaţa reală

Fie A și B două mulțimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea A să-i corespundă *un singur* element din mulțimea B, spunem că am definit o funcție de la A la B.

Mulțimea A se numește **domeniu de definiție** al funcției, iar mulțimea B se numește **codomeniul** sau mulțimea în care funcția ia valori. În general, o funcție f definită pe A cu valori în mulțimea B va fi notată $\boldsymbol{f : A \to B}$. Citim „f definită pe A cu valori în B”. Funcțiile se notează de obicei cu f, g, h, … .

Fiind dată o funcție $f : A \to B$, dacă aceasta face ca elementului $a \in A$ să-i corespundă elementul $b \in B$, scriem $f(a) = b$ și spunem că b este valoarea funcției în a.

Legătura pe care o stabilește funcția între elementele $x \in A$ și valorile corespunzătoare $f(x)$ din B se numește **lege de corespondență**. O funcție se descrie prin trei componente:

- domeniul de definiție;
- codomeniul;
- legea de corespondență.

Legea de corespondență a unei funcții poate fi dată în mai multe moduri:

a) se poate descrie cu ajutorul **diagramelor**;

b) se poate exprima prin indicarea într-un **tabel** a valorilor corespunzătoare elementelor din domeniul de definiție;

c) se poate descrie cu ajutorul unei **formule** prin care se precizează valoarea $f(x)$ pentru oricare x din domeniul de definiție.

Fiind dată o funcție $f : A \to B$, mulțimea punctelor din plan având coordonatele (x, y), unde $x \in A$, iar $y = f(x)$, va fi numită **graficul funcției**. Această mulțime se scrie $G_f = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in A\}$.

Egalitatea $y = f(x)$, adevărată pentru oricare element $x \in A$, va fi numită **ecuația graficului** funcției f. Se obișnuiește să se noteze $y = f(x)$, $x \in A$.

Fie $f: A \to B$ o funcție. **Imaginea** (sau mulțimea valorilor) funcției f este mulțimea $\mathrm{Im}\, f = \{f(x) \mid x \in A\}$. În mod evident, $\mathrm{Im}\, f \subset B$.

Se mai poate scrie și astfel:

$$\mathrm{Im}\, f = \{y \in B \mid \text{există } x \in A, \text{ astfel încât } y = f(x)\}.$$

O funcție ale cărei domeniu de definiție și codomeniu sunt submulțimi ale lui $\mathbb{R}$ (mulțimi de numere) se numește **funcție numerică**.

Două funcții $f: A \to B$ și $g: C \to D$ sunt **egale** dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in A$. Se notează $f = g$.

În general, o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ descrisă de formula $f(x) = ax + b$ (unde a și b sunt numere reale) se numește **funcție liniară**. Reprezentarea geometrică a mulțimii grafic pentru o funcție liniară este o dreaptă.

Pentru a trasa graficul unei funcții liniare este suficient să dăm variabilei x două valori distincte.

Observaţii:

1. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a \neq 0$ și $b = 0$, se obțin funcțiile liniare $f(x) = ax$, ale căror grafice conțin originea axelor de coordonate.

2. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = 0$ și $b \neq 0$, se obțin funcțiile liniare $f(x) = b$, ale căror grafice sunt drepte paralele cu axa Ox. Funcțiile de acest fel sunt numite funcții constante nenule.

3. Pentru $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, dacă $a = b = 0$, se obține o funcție $f(x) = 0$, al cărei grafic coincide cu axa Ox.

4. Uneori, pentru trasarea graficului unei funcții liniare este mai comod să se stabilească punctele în care graficul intersectează axele de coordonate.

$$G_f \cap Oy = A(0; f(0)) \Leftrightarrow G_f \cap Oy = A(0; b);\ G_f \cap Ox = B\left(-\frac{b}{a};\ 0\right).$$

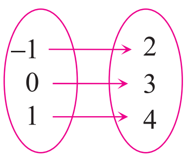
PE-PP 1. Funcţii definite pe mulţimi finite

Exemple:

1. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel funcția următoare:

$$f: \{-1, 0, 1\} \to \{2, 3, 4\},\ f(x) = x + 3.$$

Soluție: $f(-1) = -1 + 3 = 2$, $f(0) = 0 + 3 = 3$, $f(1) = 1 + 3 = 4$.



x	-1	0	1
$f(x)$	2	3	4

2. Explicitați domeniul de definiție pentru funcția

$$f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{2}{x} \text{ și } A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \le x < 3\}.$$

Soluție: Cum $x \neq 0 \Rightarrow A = \{-1, 1, 2\}$.

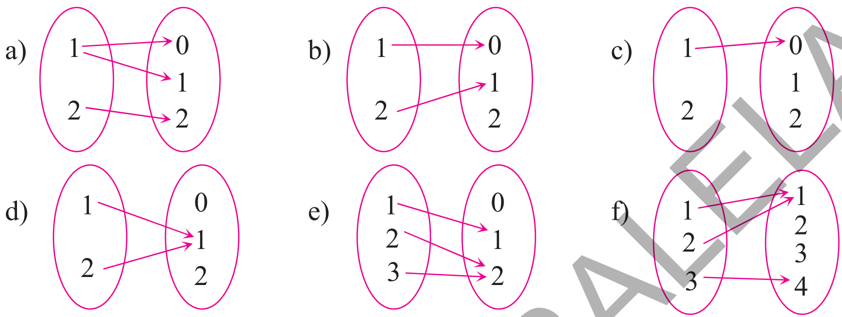
3. Fie funcția $f : A \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$ și $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \leq 2\}$. Determinați valoarea lui $a \in \mathbb{Z}$ pentru care punctul $B(1; -1)$ aparține graficului funcției.

Soluție: $A = \{-2, -1, 1, 2\}$. Dacă $B(1; -1) \in G_f \Rightarrow f(1) = -1$. Cum $f(1) = a + 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow a + 2 = -1 \Rightarrow a = -3$.

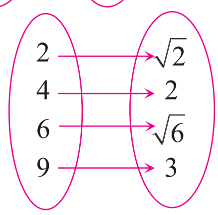
● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

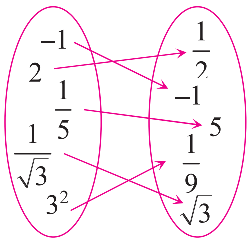
1. Precizați care dintre diagramele de mai jos definesc funcții:



2. Diagrama alăturată definește o funcție.
a) Precizați domeniul și codomeniul funcției.
b) Reprezentați printr-un tabel funcția definită de diagramă.
c) Stabiliți legea de corespondență printr-o formulă.



3. În diagrama alăturată este descrisă o funcție $f : A \to B$.
a) Precizați elementele mulțimilor A și B.
b) Realizați tabelul de valori al funcției f.
c) Descrieți corespondența $x \to f(x)$ printr-o formulă.



4. Descrieți printr-o diagramă, apoi printr-un tabel, funcțiile următoare:
a) $f : \{0, 2, 4\} \to \{0, 2, 4, 6\}, f(x) = x + 2$;
b) $g : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}, g(x) = x^2$.

5. Prețul unui kilogram de mere este 2 lei. Completați tabelul:

Cantitatea (kg)	3	4,5	7	10	13	35	96
Prețul total (lei)					26		

a) Stabiliți o formulă pentru corespondența realizată între elementele din tabel.
b) Realizați o diagramă corespunzătoare valorilor din tabel.
c) Definiți o funcție cu formula de la subpunctul a), stabilind domeniul și codomeniul acesteia, conform tabelului.

6. Un automobil are de parcurs un drum de 360 km. Completați tabelul:

Timpul (ore)	6	8	4	9	12	18
Viteza (km/h)		45				

a) Stabiliți o formulă care să vă ajute să completați tabelul.

b) Scrieți funcția definită de această formulă, stabilind domeniul și codomeniul indicate în tabel.

7. Un bazin cu capacitatea de 240 hl se umple cu ajutorul unor robinete cu debitul de 10 hl/h. Completați tabelul:

Numărul de robinete	6	4	2	8	12	24
Timpul de umplere (ore)			12			

a) Stabiliți o formulă care să vă ajute să completați tabelul.

b) Scrieți funcția definită de această formulă, stabilind domeniul și codomeniul indicate în tabel.

8. Care dintre tabelele de mai jos descrie o funcție?

a)

x	0	1	2
$f(x)$	1	3	3

b)

x	1	2	1
$f(x)$	2	4	5

c)

x	−1	2	4
$f(x)$	0	4	6

d)

x	−2	−1	0	1	−1
$f(x)$	4	5	3	2	1

9. Care dintre următoarele relații nu reprezintă o funcție?

a) $f: \{-1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1\}, f(x) = x^2$.

b) $g: \{0, 1, 2, 3\} \to \mathbb{N}, g(x) = x^2$.

c) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, h(x) = \dfrac{2}{x}$.

10. Fie funcția $f: \{-1, 0, 1, 2\} \to \{0, 1, 2\}, f(x) = |x|$.

a) Stabiliți elementele mulțimii grafic.

b) Stabiliți care dintre punctele $A(-1; 1)$, $B(2; -2)$, $C(1; 1)$, $D(-3; 3)$, $E(0; 0)$ se găsesc pe graficul funcției.

11. Fie funcția $f: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$. Stabiliți care dintre punctele următoare aparțin graficului funcției: $A(-2; 1)$, $B(-1; 3)$, $C(0; 3)$, $D(1; 5)$, $E(2; 6)$.

12. Determinați Im f (mulțimea valorilor funcției) în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $f: \{-1, 0, 1, 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$;

b) $f: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$;

c) $f: \{-3, -2, -1, 0, 1\} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$.

13. Pentru funcțiile următoare, stabiliți codomeniul cu numărul minim de elemente, știind că:

a) $f: \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \to B$, unde $f(x) = x + 3$;

b) $f: \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\} \to B$, unde $f(x) = x^2 - 2$;

c) $f: \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\} \to B$, unde $f(x) = \dfrac{3}{x}$.

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. CALCUL ALGEBRIC ÎN $\mathbb{R}$

Capitolul II. FUNCȚII

Capitolul III. TEME PENTRU RECAPITULAREA FINALĂ ÎN VEDEREA EVALUĂRII NAȚIONALE

GEOMETRIE

Capitolul I. ARII ȘI VOLUME